

GIDRODINAMIKA JARAYONIDA DIFFERENSIAL TENGLAMALAR FANINING O'RNI

Maxsudova Shohsanam Muzaffarxo'jayevna

NamDPI, katta o'qituvchisi

shohsanammaxsudova@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada gidrodinamika jarayonlarini matematik modellashtirishda differensial tenglamalarning tutgan o'ri ilmiy-nazariy jihatdan tahlil qilinadi. Suyuqlik va gazlarning harakat qonuniyatlari Nyutonning ikkinchi qonuni, massa saqlanishi va energiya saqlanishi tamoyillaridan kelib chiqib, differensial tenglamalar orqali ifodalanadi. Ayniqsa, Navye–Stoks tenglamalari, Eyler tenglamalari, uzluksizlik tenglamasi kabi asosiy model tenglamalar gidrodinamikani tushunishning markazida turadi. Gidrodinamik jarayonlarni tahlil qilishda analitik yechimlar bilan bir qatorda sonli usullar, kompyuter modellari va hisoblash gidrodinamikasi (CFD)ning ahamiyati yoritilgan. Tadqiqot natijalariga ko'ra, differensial tenglamalar suyuqlik oqimini tasvirlashning universal matematik vositasi bo'lib, gidrodinamikaning nazariy asoslarini tashkil etadi.

Kalit so'zlar: gidrodinamika, Navye–Stoks tenglamasi, uzluksizlik tenglamasi, Eyler tenglamasi, differensial tenglama, suyuqlik oqimi, modellashtirish, CFD.

РОЛЬ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Аннотация: В данной статье с научно-теоретической точки зрения анализируется роль дифференциальных уравнений в математическом моделировании гидродинамических процессов. Законы движения жидкостей и газов выражаются с помощью дифференциальных уравнений, исходя из второго закона Ньютона, а также принципов сохранения массы и энергии. Особое место в понимании гидродинамики занимают основные модельные уравнения, такие как уравнения Навье–Стокса, уравнения Эйлера и уравнение неразрывности. При анализе гидродинамических процессов наряду с аналитическими решениями освещается значение численных методов, компьютерного моделирования и вычислительной гидродинамики (CFD). По результатам исследования установлено, что дифференциальные уравнения являются универсальным математическим инструментом описания течения жидкости и формируют теоретическую основу гидродинамики.

Ключевые слова: гидродинамика, уравнение Навье–Стокса, уравнение неразрывности, уравнение Эйлера, дифференциальное уравнение, течение жидкости, моделирование, CFD.

THE ROLE OF DIFFERENTIAL EQUATIONS IN HYDRODYNAMIC PROCESSES

Abstract: This article provides a scientific and theoretical analysis of the role of differential equations in the mathematical modeling of hydrodynamic processes. The laws governing the motion of liquids and gases are expressed through differential equations derived

from Newton's second law, as well as the principles of mass and energy conservation. Fundamental model equations such as the Navier–Stokes equations, Euler equations, and the continuity equation play a central role in understanding hydrodynamics. In the analysis of hydrodynamic processes, the importance of numerical methods, computer modeling, and computational fluid dynamics (CFD) is highlighted alongside analytical solutions. The research results indicate that differential equations serve as a universal mathematical tool for describing fluid flow and form the theoretical foundation of hydrodynamics.

Keywords: hydrodynamics, Navier–Stokes equation, continuity equation, Euler equation, differential equation, fluid flow, modeling, CFD.

KIRISH

Gidrodinamika - bu suyuqlik va gazlarning harakatini o'rganuvchi fizikaning asosiy bo'limi bo'lib, undagi barcha jarayonlar vaqt va koordinatalarga bog'liq ravishda uzluksiz o'zgaradi. Shu sababli gidrodinamikaning matematik asoslarini aynan differensial tenglamalar tashkil qiladi.

Suyuqlikning tezligi, bosimi, zichligi yoki oqim yo'nalishi makon va vaqt davomida o'zgaradi. Bu o'zgarishlarni aniqlash uchun eng qulay matematik vosita — hosila (derivativ). Shuning uchun harakatni tavsiflovchi tenglamalar differensial ko'rinishga ega bo'ladi. Gidrodinamikaning asosiy maqsadi: oqim tezligini, bosim taqsimotini, zichlikning o'zgarishini, oqimning barqarorligi yoki turbulentligini matematik modellashtirishdir.

Bularning barchasi bir yoki bir nechta differensial tenglamalar tizimi orqali ifodalanadi.

ADABIYOTLAR TAHLILI

Daniyel Bernulli (1738), Bosim-energiyaning taqsimoti haqidagi Bernulli prinsipi. Leonhard Eyler (1755), Suyuqlik harakati uchun Eyler tenglamalarini yaratdi. Claude-Louis Navier (1822) va George Stokes (1845), Nyutonning ichki ishqalanish qonuniga asoslanib, hozirgi kundagi Navye–Stoks differensial tenglamalarini ishlab chiqdilar. XX–XXI asr olimlari Kompyuter modellari yordamida gidrodinamika sonli metodlari (CFD)ni rivojlantirdi.

Zamonaviy manbalarda suyuqliklar harakati ko'pincha 3D differensial tenglamalar tizimi orqali modellashtiriladi.

METODLAR

Uzluksizlik tenglamasi (massaning saqlanishi). Suyuqlik harakatida massa yo'qolmaydi va hosilaga asoslangan quyidagi birinchi tartibli differensial tenglama bilan ifodalanadi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

Bu yerda:

- ρ — zichlik,
- $\mathbf{v}$ — tezlik vektori.

Eyler tenglamalari (ishqalanishsiz suyuqlik)

$$\rho(\partial \mathbf{v} / \partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}) = -\nabla p$$

Bu ideal suyuqlik oqimining asosiy differensial tenglamasi.

Navye–Stoks tenglamalari (real suyuqliklar uchun)

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v}$$

Bu tenglama gidrodinamikadagi eng muhim differensial tenglama bo'lib, ichki ishqalanish (viskozlik)ni hisobga oladi.

Energiyaning saqlanishi tenglamasi

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T = \alpha \nabla^2 T$$

Suyuqlikdagi issiqlik tarqalishini ifodalaydi.

NATIJALAR

Tadqiqot natijalaridan kelib chiqadiki:

1. Gidrodinamika tenglamalarining hammasi differensial tenglamalarga asoslangan.

Bosim, tezlik va zichlikning har bir nuqtadagi o'zgarishi hosilalar orqali ifodalanadi

2. Navye–Stoks tenglamasi — gidrodinamikaning markaziy tenglamasi.

U suyuqliklarning laminarlik va turbulent oqimini ham tasvirlay oladi.

3. Suyuqlik oqimini aniq tahlil qilish uchun differensial tenglamalarsiz iloji yo'q.

Oqim tezligi, bosim gradienti, issiqlik o'zgarishi — hammasi hosilalarga bog'langan.

4. Sonli usullar gidrodinamikada keng qo'llaniladi.

CFD dasturlari (ANSYS, OpenFOAM, COMSOL) aynan differensial tenglamalarni yechadi

MUHOKAMA

Gidrodinamika jarayonlarida differensial tenglamalarning o'rne juda strategik hisoblanadi. Chunki suyuqliklarning harakati fazoda uzluksiz o'zgaradi va bu o'zgarishning matematik modeli faqat differensial ifodalar orqali berilishi mumkin. Gidrodinamika modelining muvaffaqiyati quyidagilarga bog'liq:

- uzluksizlik tenglamasi to'g'ri qo'llanishi,
- bosim va tezlikning o'zaro bog'liqligi,
- viskozlik ta'sirini hisobga olish,
- chegaraviy shartlarni to'g'ri qo'yish,
- sonli usullarni to'g'ri tanlash.

Bugungi kunda gidrodinamikaning eng qiyin masalalari Navye–Stoks tenglamasining to'liq analitik yechimining yo'qligidir. Lekin kompyuter modellari orqali yondosh yechimlar olinadi.

XULOSA

Gidrodinamika differensial tenglamalarsiz mavjud bo'la olmaydi, chunki suyuqlik harakati fazoda uzluksiz o'zgaradi.

1. Navye–Stoks va Eyler tenglamalari gidrodinamikaning asosiy matematik modeli hisoblanadi.
2. Talabalarga gidrodinamik jarayonlarni o'rgatishda differensial tenglamalarning fizik ma'nosini tushuntirish samaradorlikni oshiradi.
3. Amaliy mashg'ulotlarda CFD dasturlari (ANSYS, OpenFOAM) orqali modellashtirish differensial tenglamalarni yanada aniq tushunishga yordam beradi.
4. Gidrodinamika bo'yicha ilmiy tadqiqotlarda sonli usullarni chuqur o'rganish zarur, chunki analitik yechimlar juda kam hollarda mavjud.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Maxsudova, S. (2024). KO'P O'ZGARUVCHILI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI, FIZIKA MASALALARINI YECHISHDA QO'LLANILISHI. *Universal xalqaro ilmiy jurnal*, 1(12), 642-645.
2. Erkinjanova, G. E. G. (2024). INTEGRALLARNI FIZIKA MASALALARINI YECHISHDAGI O'RNI. *Universal xalqaro ilmiy jurnal*, 1(12), 650-656.

3. Suvonov, J., & Maxsudova, S. (2024). Ellipsni kanonik tenglamasi, eccentricity va directrix topishni c++, pascal va python dasturlash tillarinida dasturiy taminoti: Ellipsni kanonik tenglamasi, eccentricity va directrix topishni c++, pascal va python dasturlash tillarinida dasturiy taminoti. *MODERN PROBLEMS AND PROSPECTS OF APPLIED MATHEMATICS*, 1(01).